

INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
FÍSICA II

SESIÓN III
LEY DE GAUSS

- ✓ Carga y flujo eléctrico,
- ✓ Cálculo del flujo eléctrico,
- ✓ Ley de Gauss,
- ✓ Superficies Gaussianas,
- ✓ Ley de Gauss para distribuciones de carga discreta y continua,
- ✓ Cargas en conductores,
- ✓ Aplicaciones.

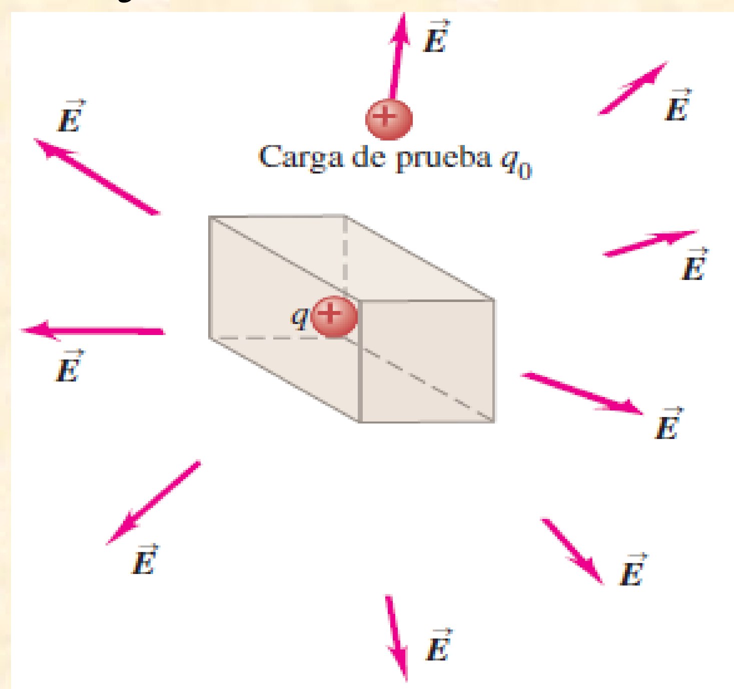


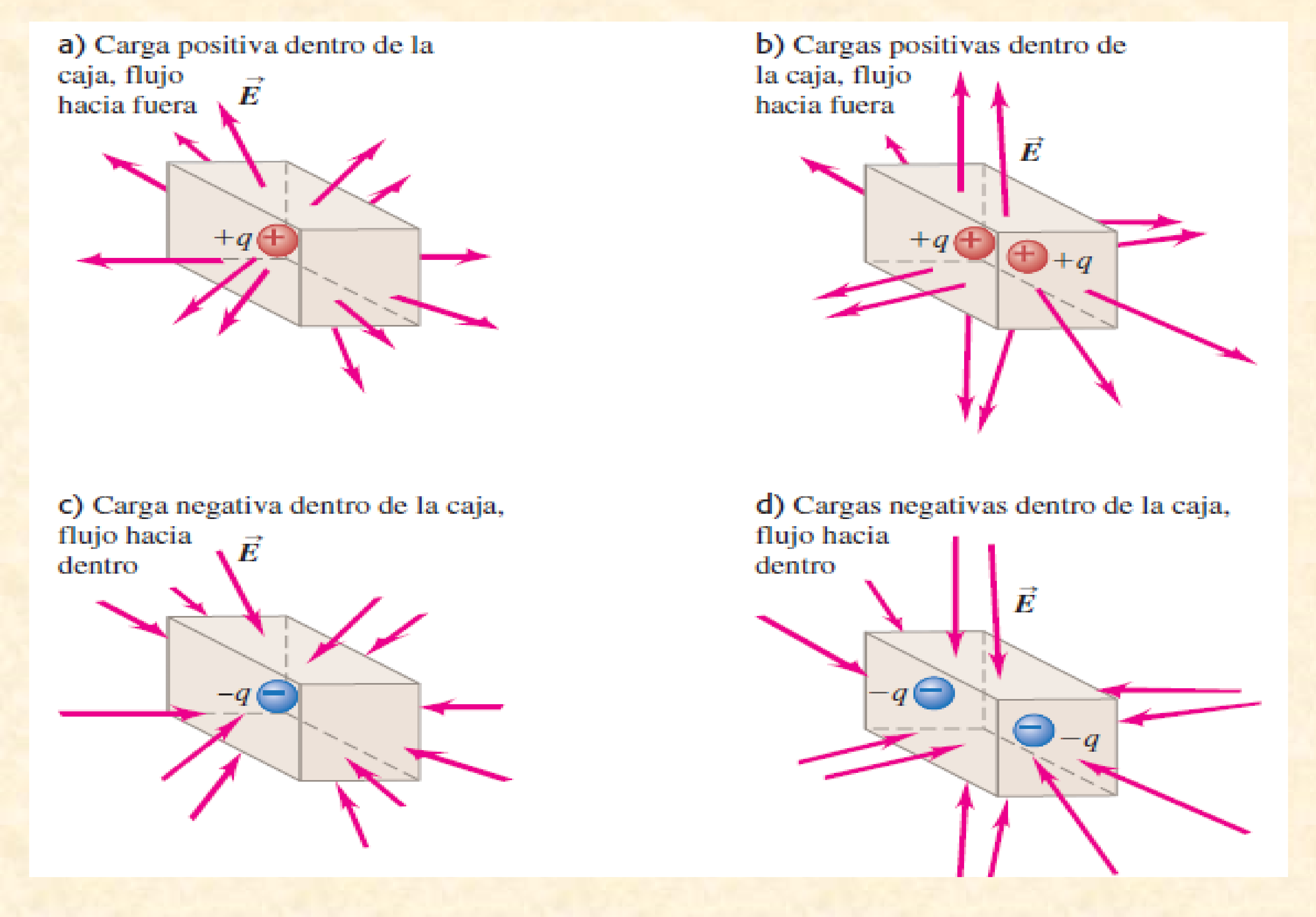
Esta niña adquiere una carga eléctrica al tocar la esfera metálica con carga. Los cabellos con carga en su cabeza se repelen y se levantan. Si la niña estuviera *dentro* de una esfera de metal grande y con carga, ¿sus cabellos se levantarían?

1.Carga y flujo eléctrico:

Como se sabe una distribución de carga produce un campo eléctrico y que éste ejerce una fuerza sobre una carga de prueba, se mueve una carga de prueba q_0 en torno a las proximidades de la caja. Con la medición de la fuerza **F**, experimentada por la carga de prueba en diferentes posiciones, se elabora un mapa tridimensional del campo eléctrico $E = F/q_0$ fuera de la caja.

Uso de una carga de prueba fuera de la caja para determinar la cantidad de carga que hay en el interior

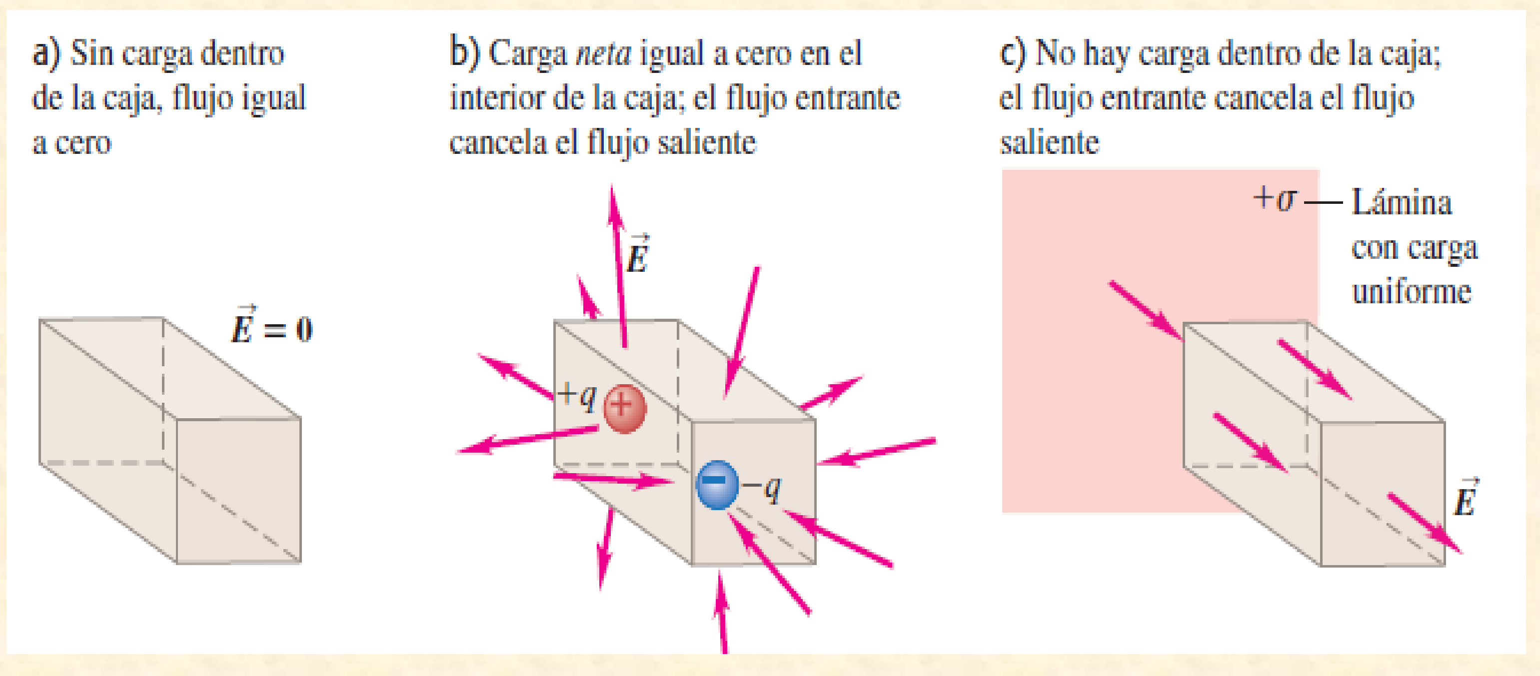




El campo eléctrico sobre la superficie de las cajas contiene a) una sola carga puntual positiva, b) dos cargas puntuales positivas, c)una sola carga puntual negativa, o d) dos cargas puntuales negativas

2.El flujo eléctrico y la carga encerrada:

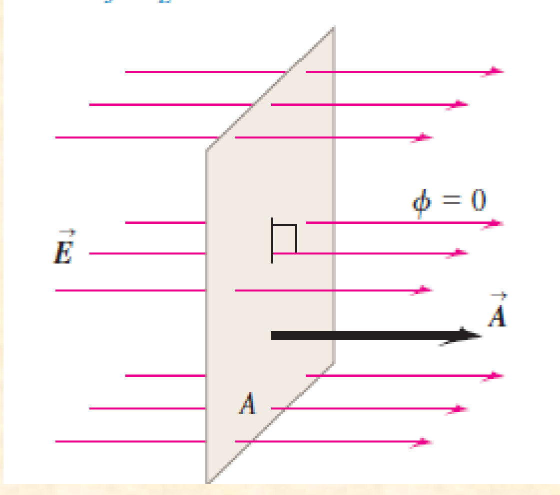
En las figuras se ponen de manifiesto una vinculación entre el *signo* (positivo, negativo o cero) de la carga *neta* contenida dentro de una superficie cerrada y el sentido (saliente, entrante o ninguno) del flujo eléctrico neto a través de la superficie.

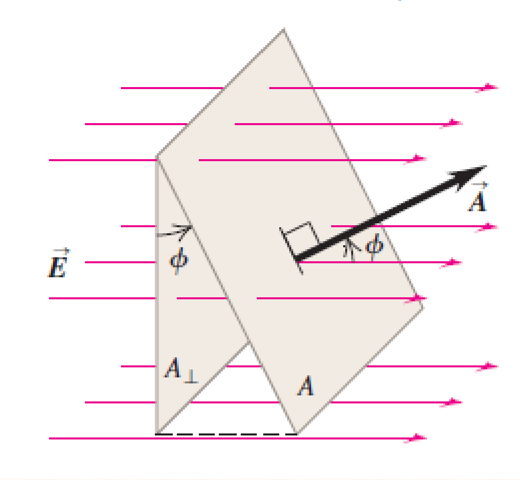


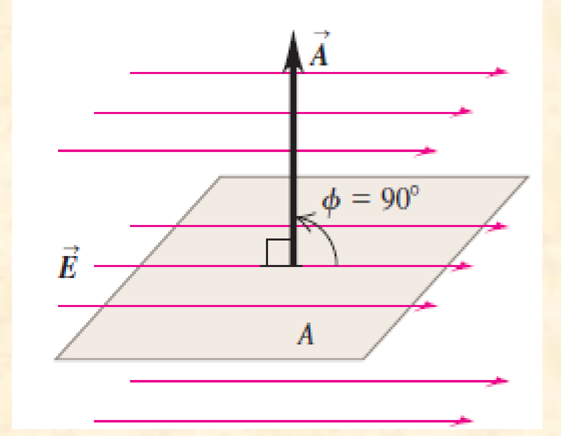
Esto sugiere que el flujo eléctrico neto a través de la superficie de la caja es *directamente proporcional* a la magnitud de la carga neta encerrada en la caja.

3.Cálculo del flujo eléctrico:

3.1 Flujo de un campo eléctrico uniforme:







$$\Phi_E = EA \cos \phi \quad \text{(flujo eléctrico para } \vec{E} \text{ uniforme, superficie plana)} \quad (22.1)$$

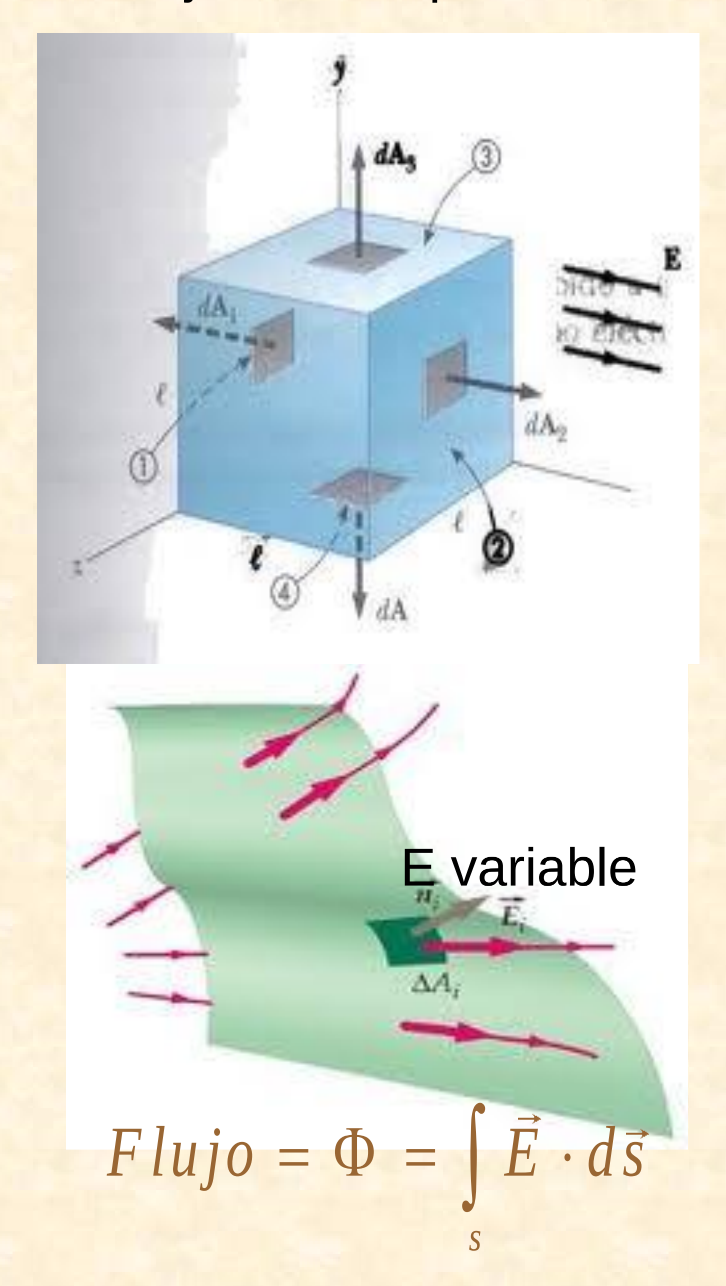
Como $E \cos \phi$ es la componente de $\vec{E}$ perpendicular al área, la ecuación (22.1) se expresa como

$$\Phi_E = E_{\perp} A \quad \text{(flujo eléctrico para } \vec{E} \text{ uniforme, superficie plana)} \quad (22.2)$$

En términos del vector de área $\vec{A}$ perpendicular al área, el flujo eléctrico se expresa como el producto escalar de $\vec{E}$ y $\vec{A}$:

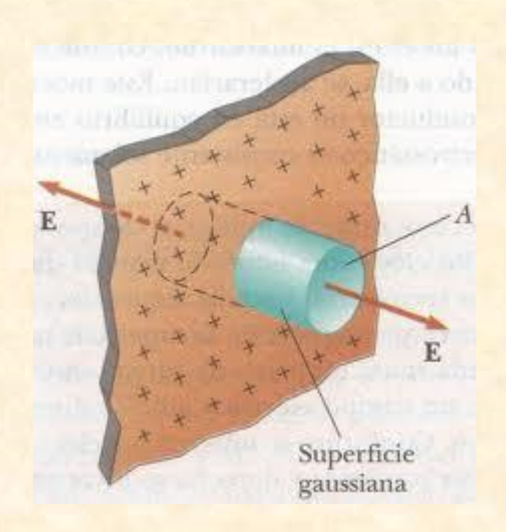
$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} \quad \text{(flujo eléctrico para } \vec{E} \text{ uniforme, superficie plana)} \quad (22.3)$$

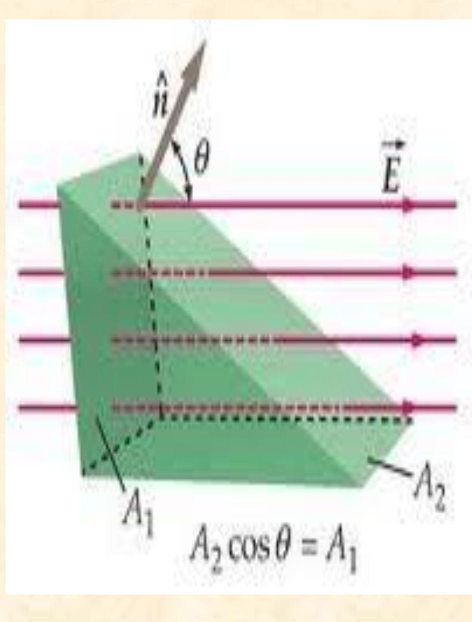
Flujo de Campo Eléctrico Uniforme a través de superficies arbitrarias



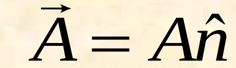
E variable

$$Flujo = \Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

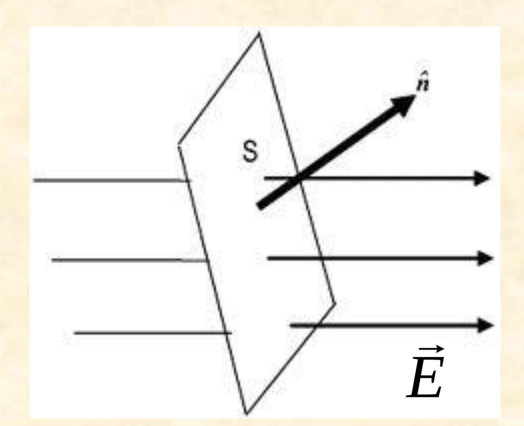


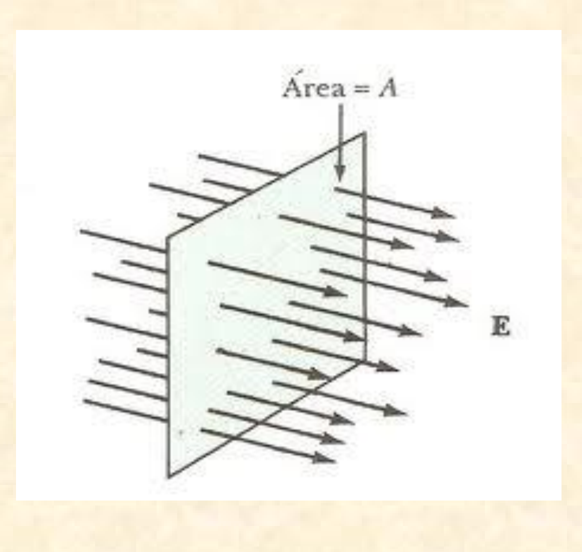


$$\phi = EA\cos\theta$$



$$\vec{A} = A\hat{n}$$

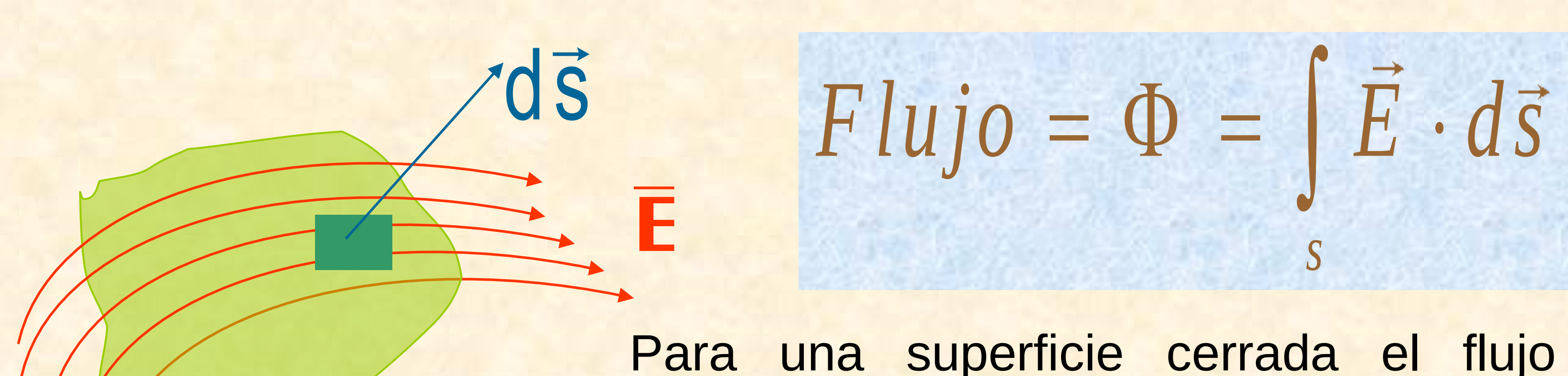




$$\phi = \vec{E}.\vec{A}$$

3.2.Flujo de campo eléctrico no uniforme

El flujo eléctrico da idea del número de líneas de campo que atraviesa cierta superficie. Si la superficie considerada encierra una carga, el número de líneas que atraviesa dicha superficie será proporcional a la carga neta.



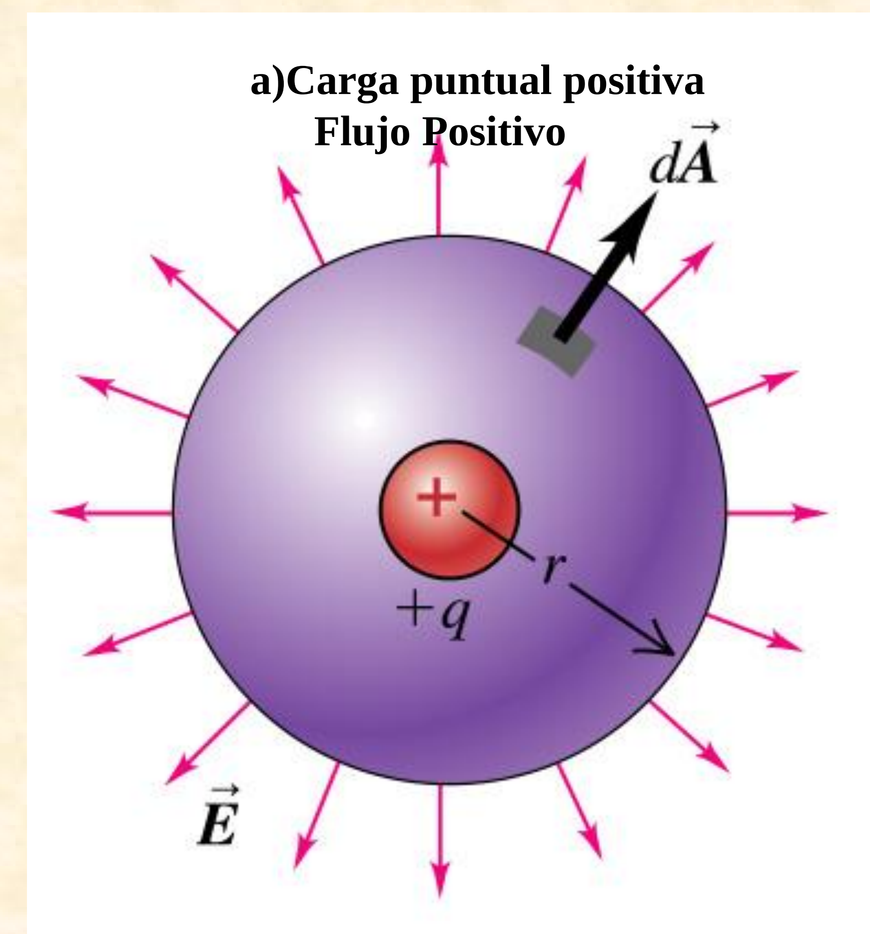
$$Flujo = \Phi = \int_s \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Para una superficie cerrada el flujo será negativo si la línea de campo entra y positivo si sale. En general, el flujo neto para una superficie cerrada será :

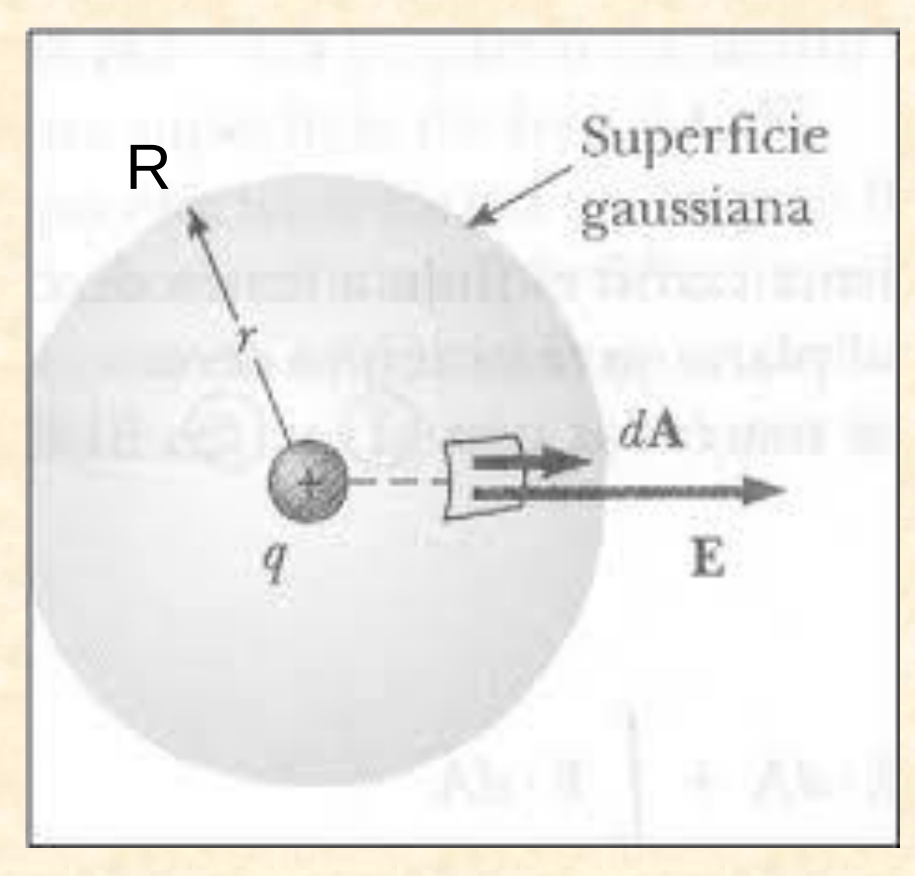
Para E no uniforme :

$$\Phi = \oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

3.3 Superficies Esféricas Gaussianas



Ejemplo : *Una carga puntual (**q**) está situada en el centro de una superficie esférica de radio R. Calcula el flujo neto de campo eléctrico a través de dicha superficie.*



El campo eléctrico creado por una carga puntual viene dado por

$$\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$

En la superficie de la esfera se cumple que r = R, luego

$$\vec{E} = k\frac{q}{R^2}\vec{u}_r$$

Para calcular el flujo a través de la superficie esférica, tenemos en cuenta que el campo eléctrico es paralelo al vector superficie en cada punto, por lo tanto

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint k \frac{q}{R^2} ds = k \frac{q}{R^2} \oint ds = k \frac{q}{R^2} s$$

El área de una superficie esférica viene dada por $S = 4\pi R^2$, luego

$$\Phi = \frac{kq}{R^2} 4\pi R^2$$

Independiente de R

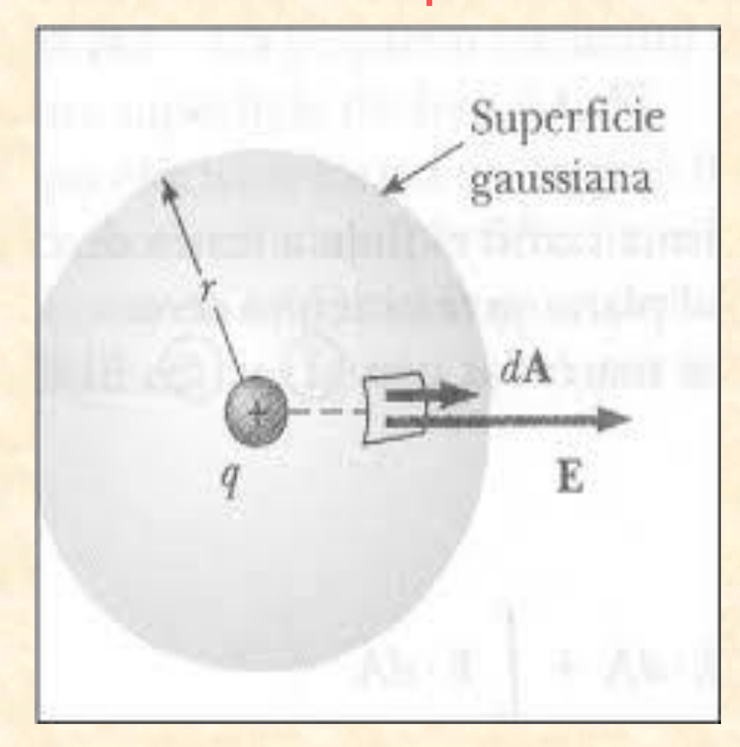
Flujo total : $\Phi = 4\pi k q$

4.LEY DE GAUSS

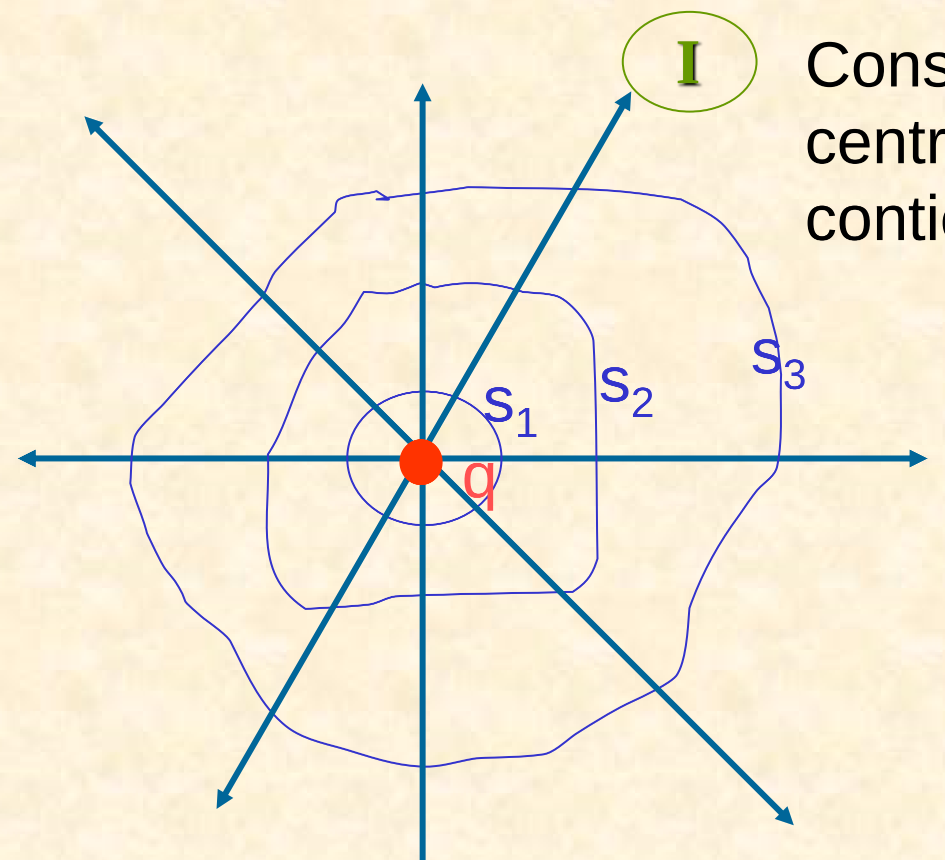
Este teorema da una relación general entre el flujo de campo eléctrico a través de una superficie cerrada y la carga encerrada por ella.

Ya hemos visto que el flujo neto a través de una superficie esférica viene dado por

$$\Phi = 4\pi k q$$



Vamos a comprobar que este flujo es independiente de la forma de la distribución. Sólo depende de la carga que haya en el interior.



Consideremos varias superficies centradas en una esférica que contiene una carga q.

El flujo a través de la superficie esférica es

$$\Phi = 4\pi k q = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

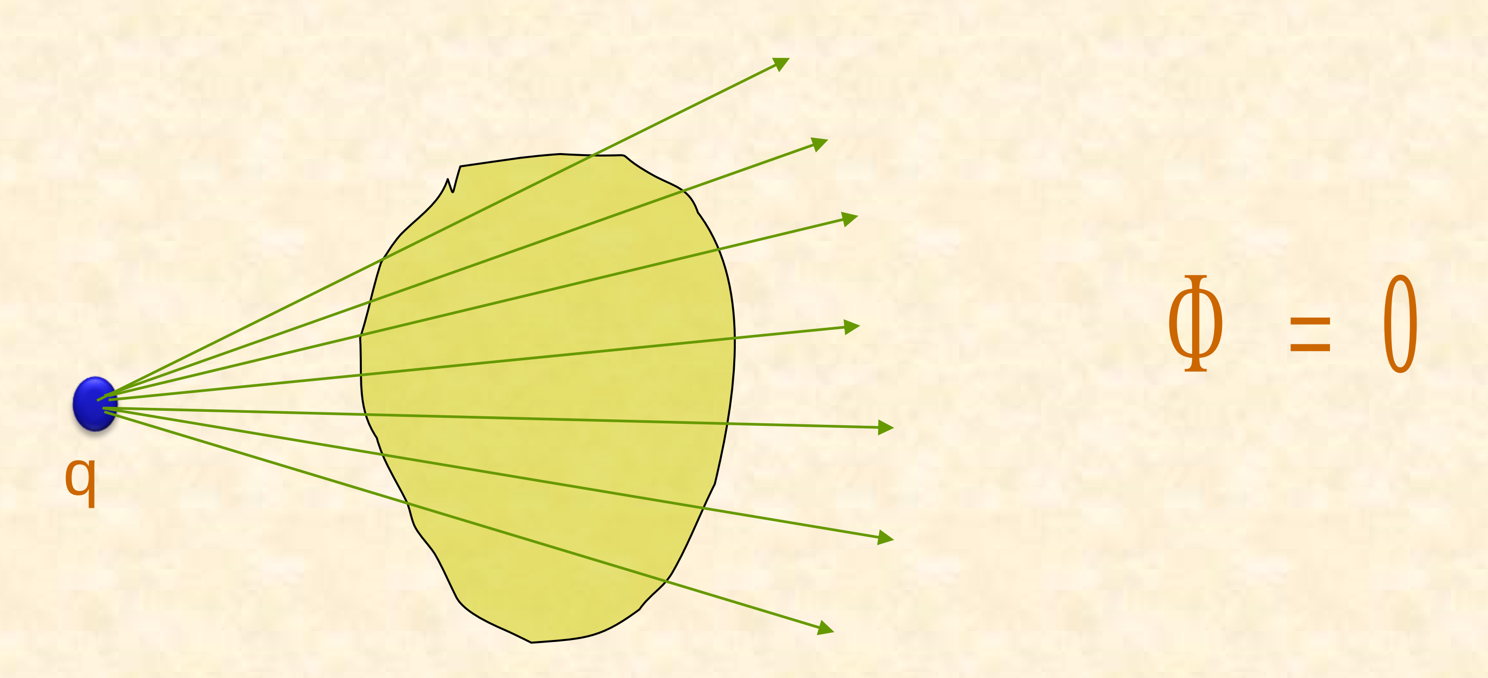
Como el número de líneas que atraviesan las tres superficies es el mismo, se cumple que

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3$$

“ Por lo tanto el flujo es independiente de la forma de la superficie “.

II

Supongamos ahora una carga **q** próxima a una superficie cerrada de forma arbitraria. En este caso el número neto de líneas de campo que atraviesa la superficie es cero (entran el mismo número de líneas que salen), por lo tanto



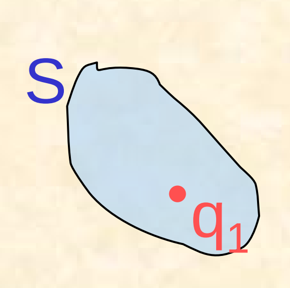
$$\Phi = 0$$

"El flujo a través de una superficie que no encierra carga es nulo ".

✓Generalización de los resultados :

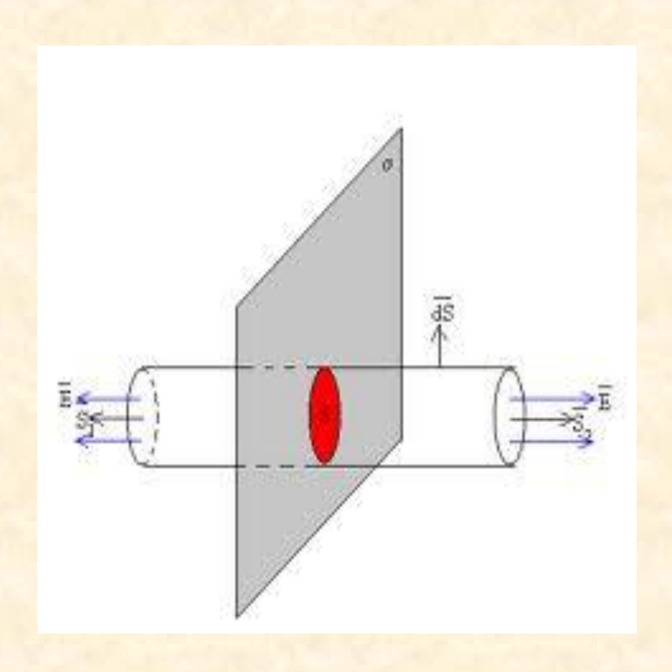
Para distribuciones de carga, ya sean discretas o continuas, podemos aplicar el principio de superposición.

Ejemplo:



S’ q_2 q_3

$$\Phi(S') = \frac{(q_2 + q_3)}{\varepsilon_0}$$



$$\Phi(S) = \frac{q_1}{\varepsilon_0}$$

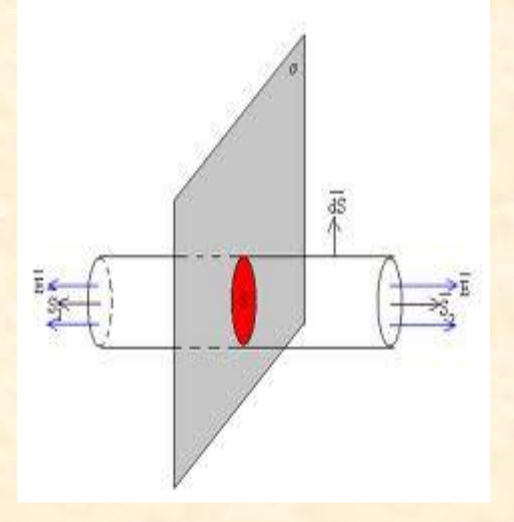
S’’

$$\Phi(S'') = 0$$

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

➢Enunciado del Teorema de Gauss

El flujo eléctrico neto a través de cualquier superficie gaussiana cerrada es igual a la carga neta que se encuentre dentro de ella, dividida por la permitividad del vacío.



Esta ley sólo puede aplicarse a problemas con gran simetría.

▪Procedimiento para aplicar el teorema de Gauss

Dada una distribución de carga, buscar una superficie gaussiana que cumpla estas condiciones

- $\vec{E}$ paralelo a $d\vec{s}$
- $\vec{E}$ constante

en todos los puntos de la superficie

El flujo eléctrico a través de una superficie cerrada viene dado por :

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_o}$$

Si la superficie cerrada gaussiana cumple las dos condiciones anteriores

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint E\, ds = E \oint ds = E\, s$$

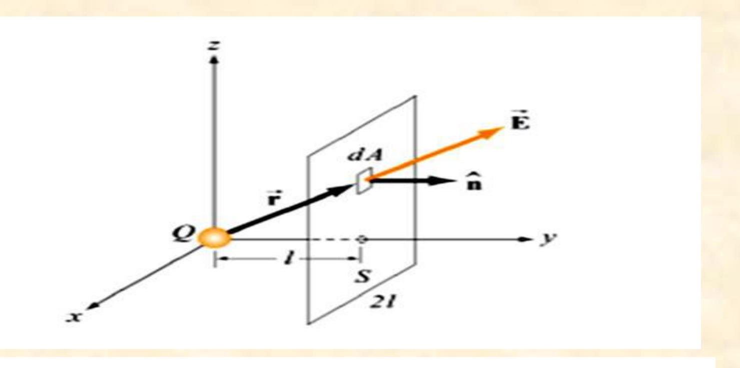
Por lo tanto : $E\,S = \dfrac{q_{int}}{\varepsilon_o}$

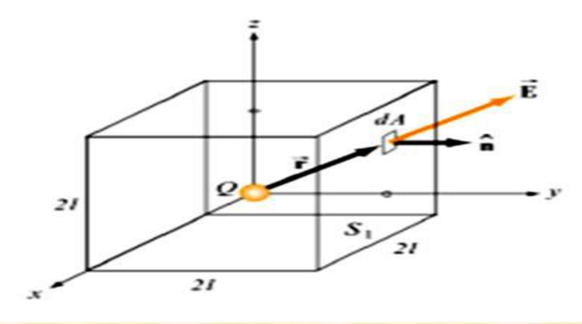
S es el área de la superficie gaussiana

q_{int} es la carga encerrada en dicha superficie

" La ley de Gauss permite determinar la intensidad del Campo Eléctrico con mayor facilidad ".

Aplicaciones de la Ley de Gauss:

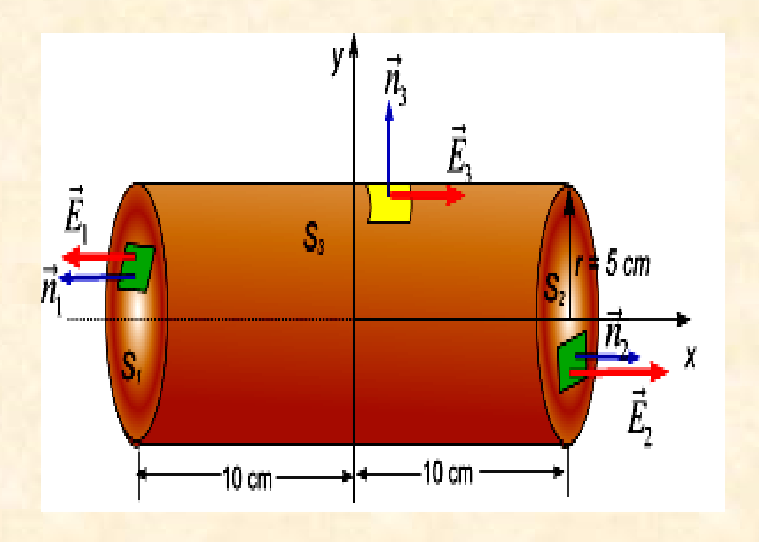




1.-**Flujo eléctrico de un campo variable a través de un plano**. (a) Determinar el flujo eléctrico a través de una superficie cuadrada de lado ,2*l* debido a una carga +Q localizada a una distancia perpendicular *l* desde el centro del plano como se muestra en la figura .

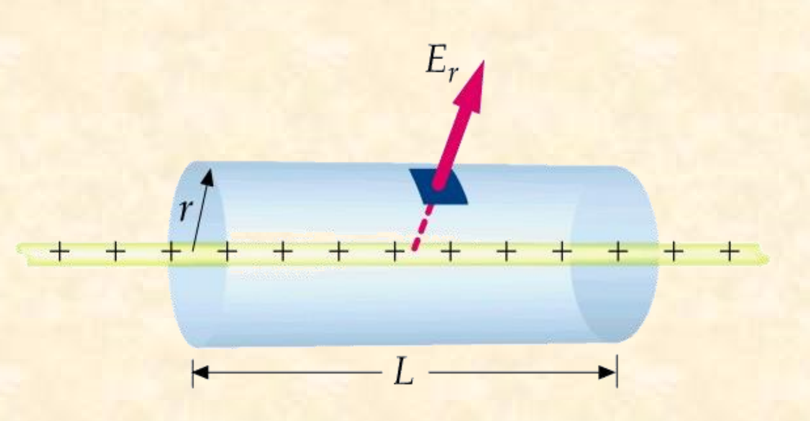
2.-Flujo eléctrico a través de una superficie cilíndrica

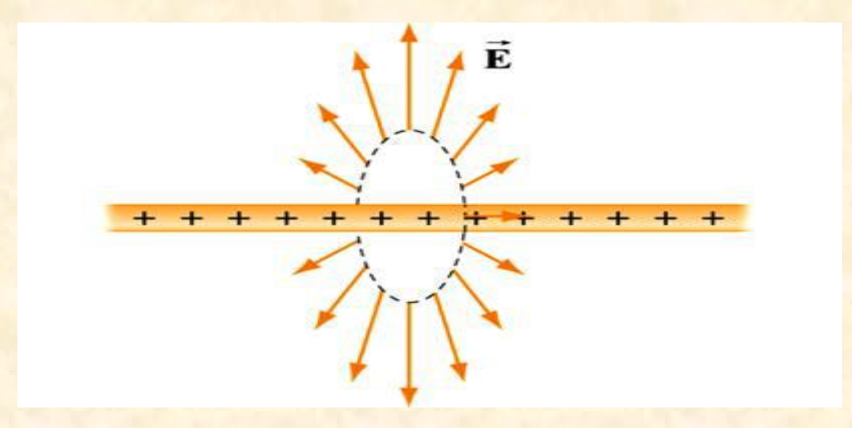
Un campo eléctrico vale $\vec{E}=(200N/C)\hat{i}$ para *x > 0* *y* $\vec{E}=-(200N/C)\hat{i}$, *para x < 0. Un cilindro circular recto de 20 cm de longitud y 5 cm de radio tiene su centro en el origen y su eje está a lo largo del eje x de modo que una de las caras está en x = +10 cm y la otra x = -10 cm. (a) ¿Cuál es el flujo saliente que atraviesa cada cara?. (b) ¿Cuál es el flujo a través de la superficie lateral del cilindro?. (c) ¿Cuál es el flujo neto que atraviesa toda la superficie cilíndrica?.*



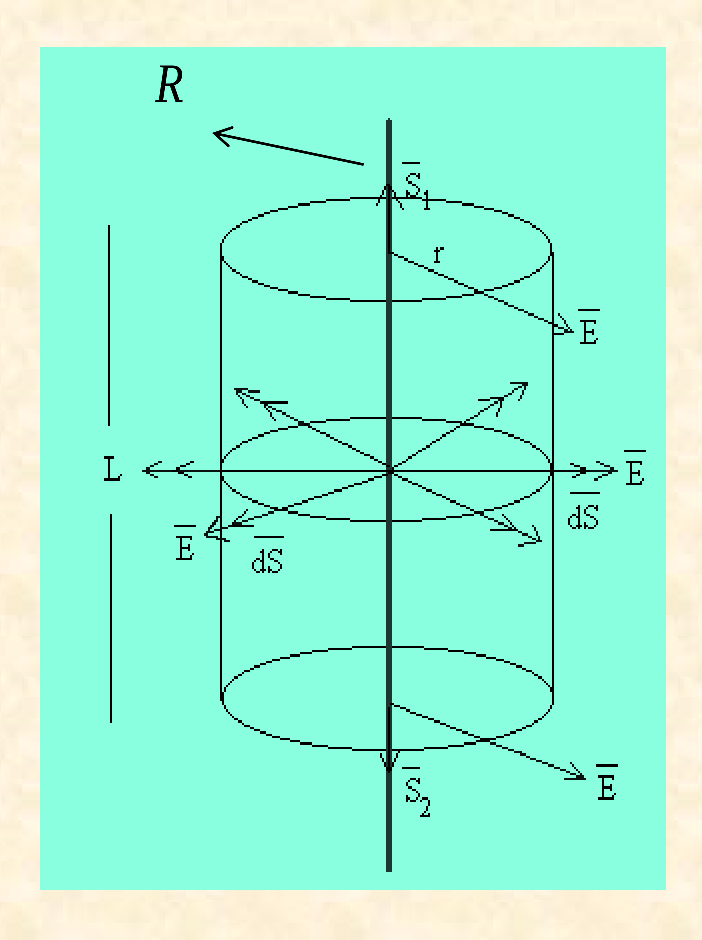
Aplicaciones :

3.-Hallar el Campo eléctrico a una distancia(r) de una carga lineal infinitamente larga de densidad de carga uniforme (λ).





4.-Se tiene un cilindro aislante infinito de radio (R) ;de densidad volumétrica de carga (ρ) ,que varía con el radio (r) ,como $\rho=\rho_0(a-r/b)$; donde ρ_0,a,b son constantes y (r)es la distancia desde el eje del cilindro .

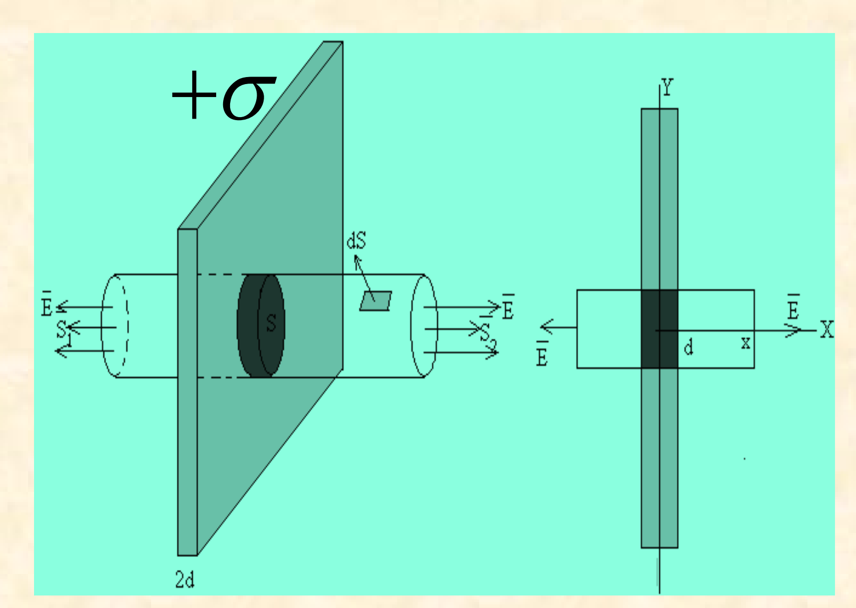


Calcular:

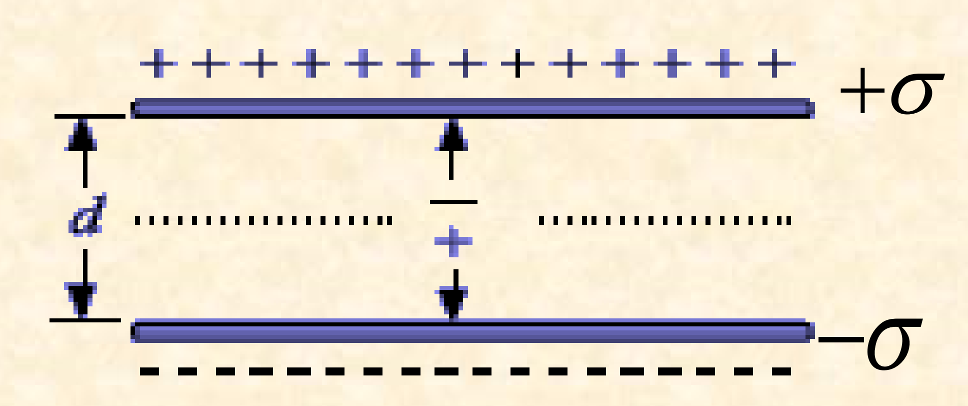
a) El campo eléctrico E ,para r< R
b) El campo eléctrico E ,para r>R

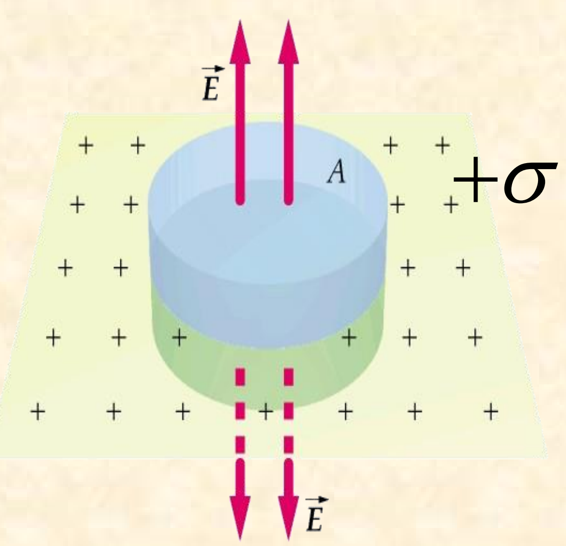
Aplicaciones :

5.-Se tienen una lamina plana infinita delgada ,cargada con una densidad superficial de carga $\sigma^+ (C/m^2)$.
a)Hallar el campo Eléctrico en los puntos cercanos al plano

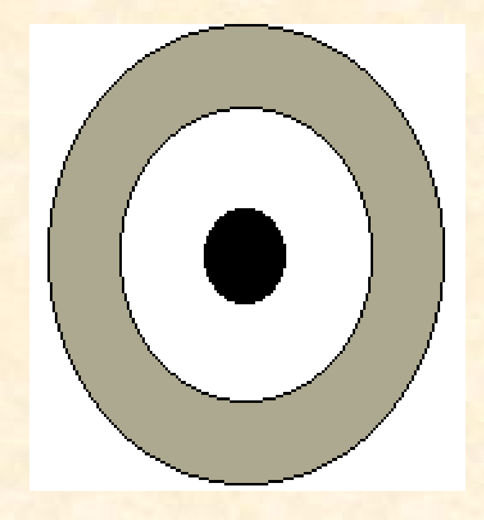


6.-Hallar el campo eléctrico debido a dos planos infinitos que tiene una distribución superficial de carga uniforme $\sigma^- (C/m^2)$ y $\sigma^+ (C/m^2)$ en su superficie separadas una distancia (d) .
a)En la región entre los planos y
b)En la región exterior a los planos

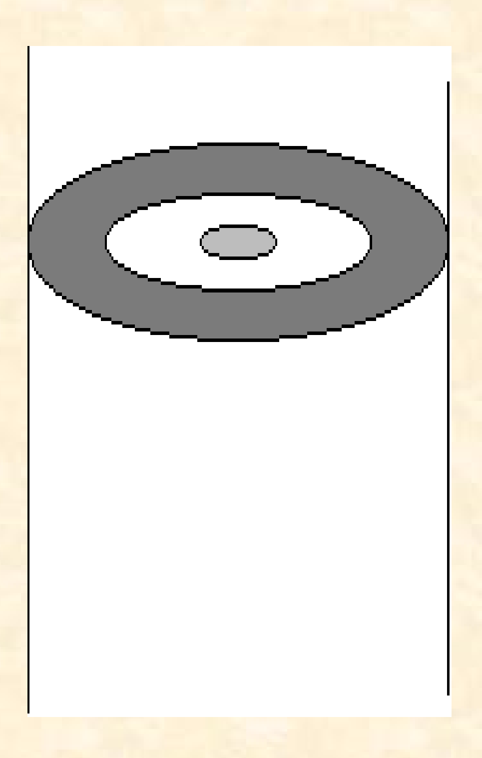




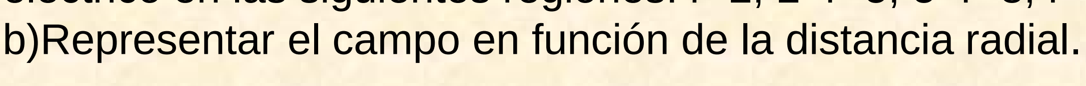
Aplicaciones :



7.-Una esfera hueca de radio interior 3 cm y radio exterior 5 cm, contiene carga uniformemente distribuida por todo su volumen con una densidad de $(4/\pi.10^{-5})C/m^3$. En su centro hay una esfera conductora de 1 cm de radio cargada con $-4 .10^{-9}$ C.
a) Obtener, razonadamente, la expresión del campo eléctrico en las siguientes regiones $r<1$, $1< r<3$, $3<r<5$, $r>5$. Indíquese la dirección y sentido del campo
b)Dibujar una gráfica de la intensidad del campo en función de la distancia radial.



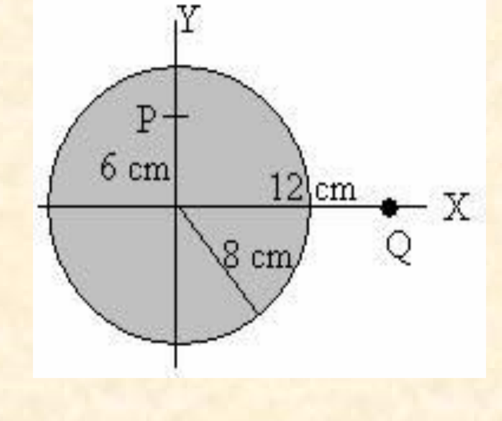
8.-Dos cilindros coaxiales muy largos, uno macizo y otro hueco están cargados. El primero tiene un radio de 2 cm y está uniformemente cargado en todo su volumen con una densidad de $4/\pi\ 10^{-6}\ C/m^3$. El hueco de radio interior 5 cm y de radio exterior 8 cm, es un conductor cargado con una carga por unidad de longitud de $-9\ 10^{-9}$ C/m.
a)Determinar, de forma razonada, la expresión del campo eléctrico en las siguientes regiones: $r<2$, $2<r<5$, $5<r<8$, $r>8$ cm.



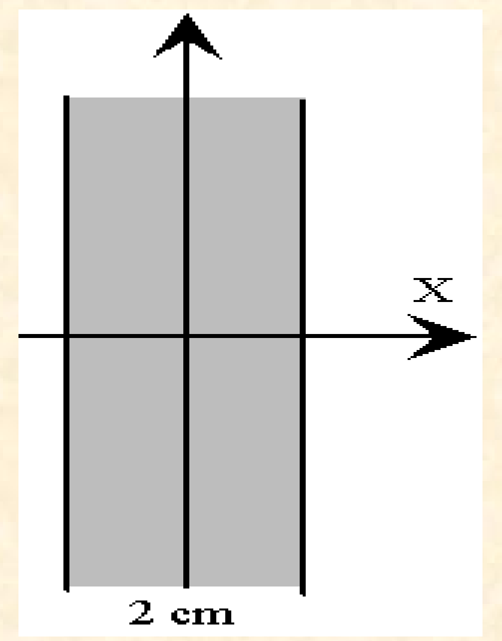
b)Representar el campo en función de la distancia radial.

Aplicaciones:

9.-Una esfera de 8 cm de radio está cargada con una carga uniformemente distribuida en su volumen de $1.152 \cdot 10^{-9}$ C/m^3. a)Determinar razonadamente la expresión del campo eléctrico a una distancia (*r*)del centro de la esfera cargada. b)Calcular el vector campo eléctrico en el punto P (0, 6) cm producida por dicha distribución de carga y otra carga puntual $Q = -2 \cdot 10^{-9}$ C situada en el punto (12, 0) cm tal como se muestra en la figura.



10.-Una placa plana, indefinida de 2 cm de espesor, está uniformemente cargada, con una densidad de carga superficial $\sigma = 2\ 10^{-8}$ C/m^2.
a)Obtener razonadamente, la expresión del campo eléctrico en el interior y en el exterior de dicha placa.
b)Representar el módulo del campo eléctrico en función de la distancia a la placa.



Ejemplo 11:

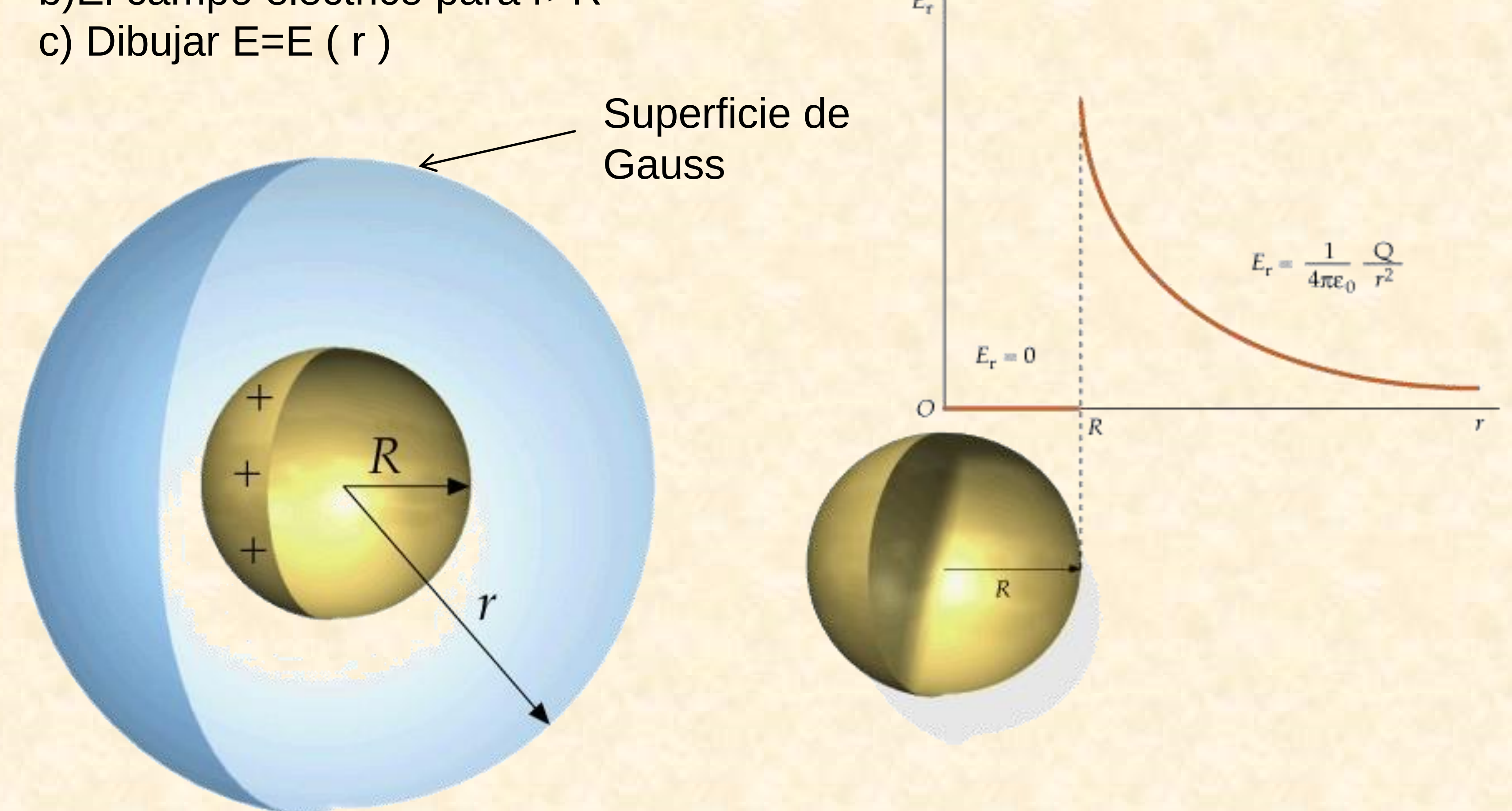
Campo eléctrico para una corteza esférica:

Un cascaron metálico delgado esférico de radio (R) posee una densidad de cargada superficial uniformemente distribuida. Hallar :

a)El Campo eléctrico para r<R .

b)El campo eléctrico para r>R

c) Dibujar E=E (r)

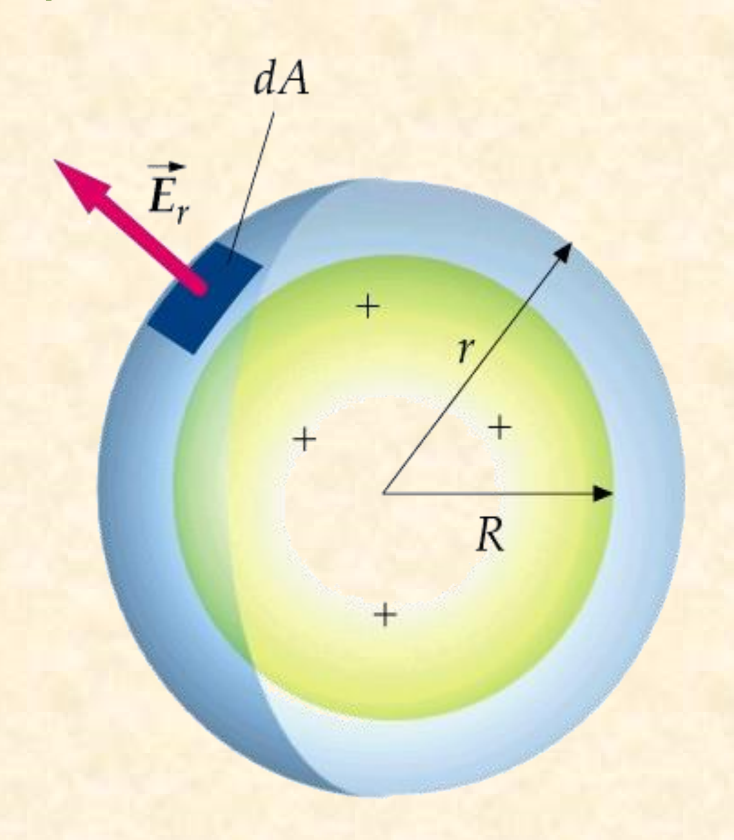


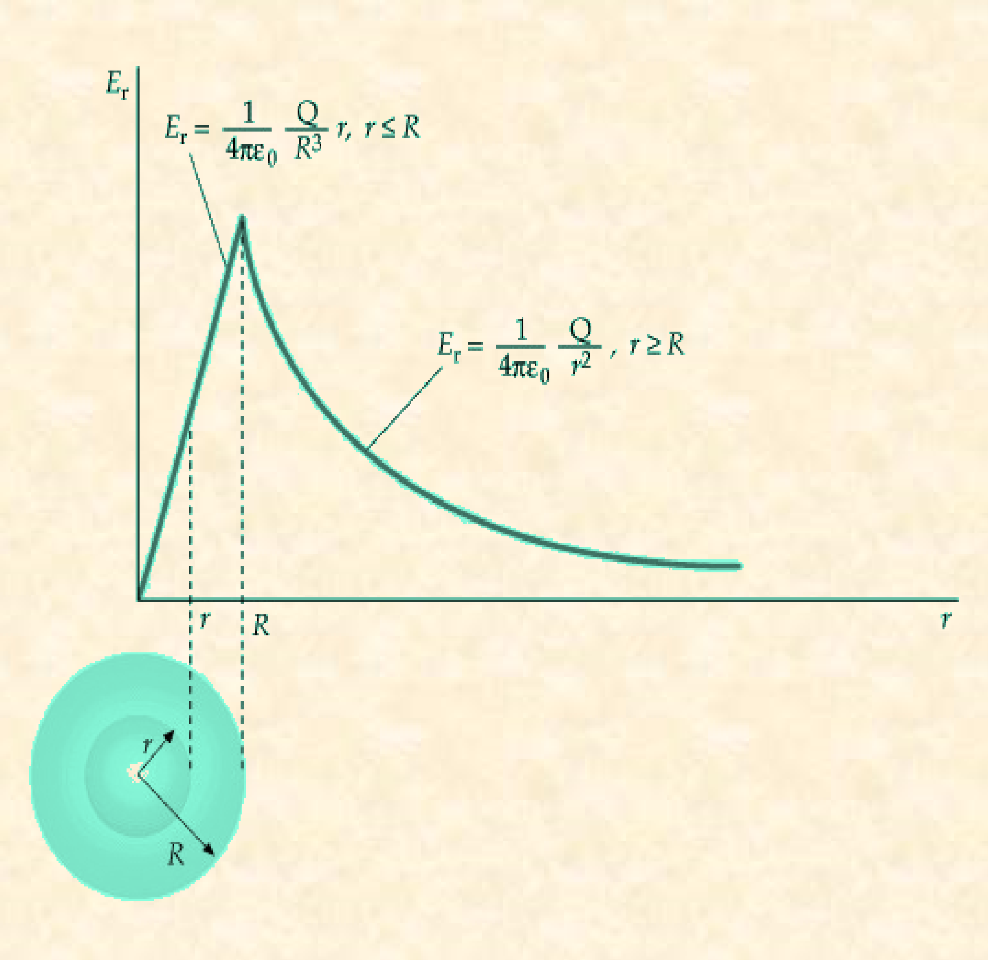
Ejemplo 12: Campo eléctrico debido a una esfera uniformemente cargada.(Esfera Maciza)

Determinar el campo eléctrico en puntos:

a)Fuera de la esfera ,$r > R$

b)Dentro de la esfera ,$r < R$





Forma diferencial e integral de la Ley de Gauss

Forma diferencial de la ley de Gauss :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_o} \int_V \rho \, dV$$

Aplicando al primer termino el Teorema de Gauss de la Divergencia queda como:

$$\oint_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) dV = \frac{1}{\epsilon_o} \int_V \rho \, dV$$

Como ambos lados de la igualdad poseen diferenciales volumétricas, y esta expresión debe ser cierta para cualquier volumen, solo puede ser que:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_o}$$

Que es la forma diferencial de la Ley de Gauss (en el vacío).

Esta ley se puede generalizar cuando hay un dieléctrico presente, introduciendo el campo de desplazamiento eléctrico $\vec{D}$ de esta manera la Ley de Gauss se puede escribir en su forma más general como :

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

Finalmente es de esta forma en que la ley de gauss es realmente útil para resolver problemas complejos de maneras relativamente sencillas.

Forma integral de la ley de Gauss

Su forma integral utilizada en el caso de una distribución extensa de carga puede escribirse de la manera siguiente:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_o} \int_V \rho \, dV = \frac{Q_A}{\epsilon_o}$$

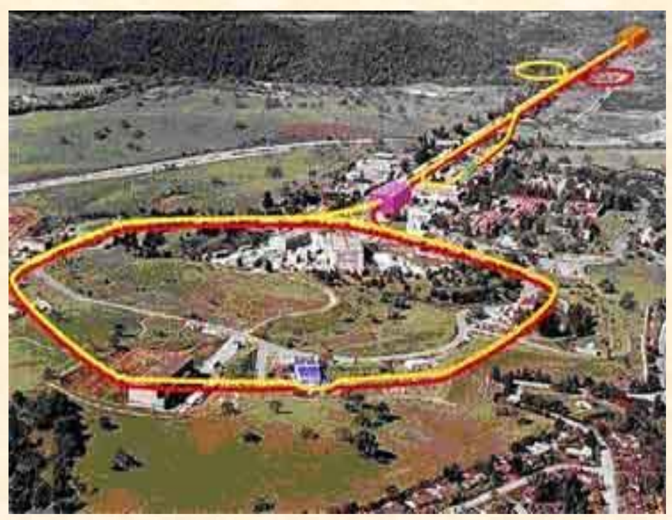
Donde Φ es el flujo eléctrico, $\vec{E}$ es el campo eléctrico, $d\vec{A}$ es un elemento diferencial del área *A* sobre la cual se realiza la integral, Q_A es la carga total encerrada dentro del área A, ρ es la densidad de carga en un punto de V y ε_o es la permitividad eléctrica del vacío.

Acelerador lineal de partículas



Irradiador de cobalto acelerador de radiación gamma γ





Mevatrón Acelerador lineal de electrones



Acelerador lineal de partículas de alta energía

Microscopio Electrónico
y sus aplicaciones:





